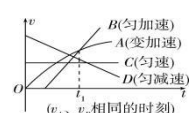


专题突破 1 运动图像 追及与相遇问题

关键能力·核心突破

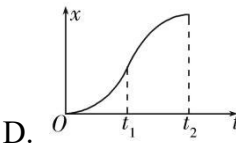
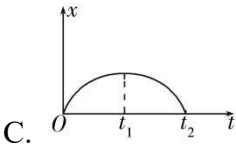
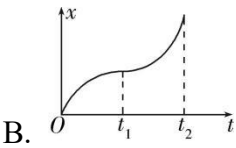
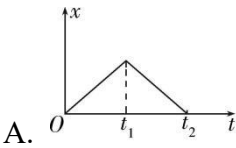
题型一 运动图像的理解及应用

$x-t$ 图像和 $v-t$ 图像的比较

比较项目		$x-t$ 图像	$v-t$ 图像
运动描述			
点	交点	表示两物体相遇的位置和时刻	表示两物体在该时刻速度相同
	转折点	表示该时刻速度发生改变	表示该时刻加速度发生改变
斜率		绝对值表示速度大小，正负表示速度方向	绝对值表示加速度大小，正负表示加速度方向
截距	纵截距	表示 $t=0$ 时刻的位置	表示 $t=0$ 时刻的速度
	横截距	表示物体位置为零的时刻	表示物体速度为零的时刻
面积		无实际意义	表示对应时间内的位移

考向 1 $x-t$ 图像

例 1 [2023·全国甲卷·16, 6分]一小车沿直线运动, 从 $t=0$ 开始由静止匀加速至 $t=t_1$ 时刻, 此后做匀减速运动, 到 $t=t_2$ 时刻速度降为零。在下列小车位移 x 与时间 t 的关系曲线中, 可能正确的是 ()

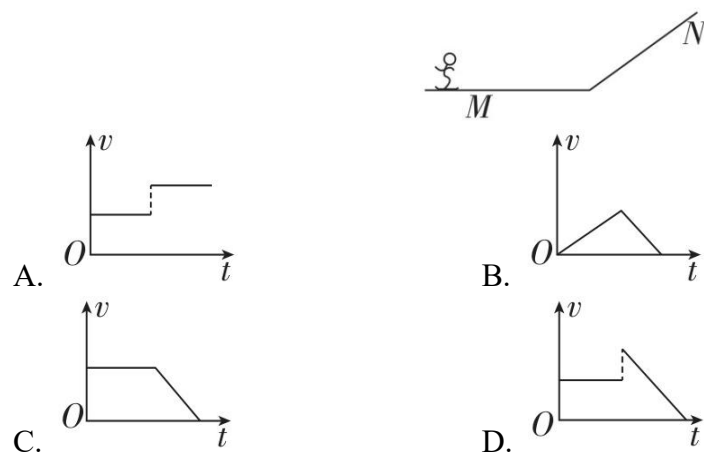


【答案】D

【解析】位移-时间图线切线的斜率表示速度, $0 \sim t_1$ 时间内, 小车做匀加速直线运动, 速度增大, $x-t$ 图线斜率增大; $t_1 \sim t_2$ 时间内, 小车做匀减速直线运动, 速度减小, $x-t$ 图线斜率减小, D 正确。

考向 2 $v-t$ 图像

例 2 [2024 · 重庆卷 · 1, 4 分] 如图所示, 某滑雪爱好者经过 M 点后在水平雪道滑行, 然后滑上平滑连接的倾斜雪道, 当其达到 N 点时速度为 0, 若将其在水平雪道上的运动视为匀速直线运动, 在倾斜雪道上的运动视为匀减速直线运动。则从 M 点到 N 点的运动过程中, 其速度大小 v 随时间 t 的变化图像可能是 ()

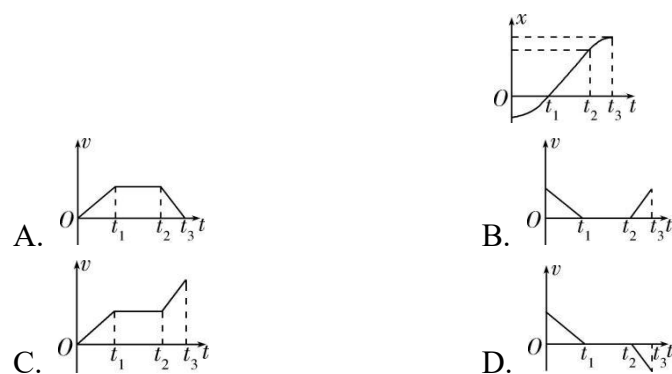


【答案】C

【解析】滑雪爱好者在水平雪道上做匀速直线运动, 滑上平滑连接 (没有能量损失, 速度大小不变) 的倾斜雪道, 在倾斜雪道上做匀减速直线运动, C 正确。

考向 3 图像转换类问题

例 3 [2021 · 辽宁卷 · 3, 4 分] 某驾校学员在教练的指导下沿直线路段练习驾驶技术, 汽车的位置 x 与时间 t 的关系如图所示, 则汽车行驶速度 v 与时间 t 的关系图像可能正确的是 ()

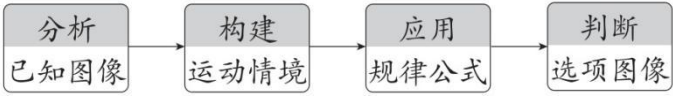


【答案】A

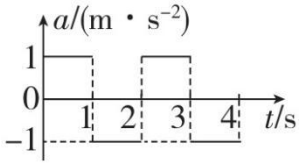
【解析】 $x-t$ 图线的斜率表示速度, $x-t$ 图像中, 图线的斜率始终为正值, 故汽车的运动方向始终为正方向。0 ~ t_1 时间内, 图线斜率不断变大, 即汽车速度不断增大; $t_1 \sim t_2$ 时间内图线斜率不变, 即汽车速度不变; $t_2 \sim t_3$ 时间内图线斜率不断减小, 即汽车速度减小。

总结归纳

解决图像转换类问题的一般流程



迁移应用 1. 一物体由静止开始沿直线运动，其加速度随时间变化的规律如图所示。取物体开始运动的方向为正方向，下列关于物体运动的 $v - t$ 图像正确的是 ()



- A.
- B.
- C.
- D.

【答案】C

【解析】根据加速度随时间变化的图像可得， $0 \sim 1\text{s}$ 内物体做匀加速直线运动，速度沿正方向，D 错误；第 1s 末的速度 $v = 1\text{m/s}$ ， $1 \sim 2\text{s}$ 内加速度变为负值，而速度沿正方向，因此物体做匀减速直线运动，到第 2s 末，速度减小为 0 ，B 错误； $2 \sim 3\text{s}$ 内，加速度沿正方向，初速度为 0 ，物体沿正方向做匀加速直线运动，即从第 2s 末开始重复前面的运动，C 正确，A 错误。

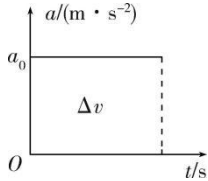
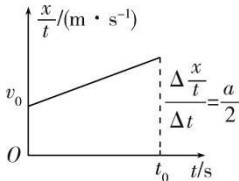
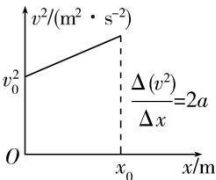
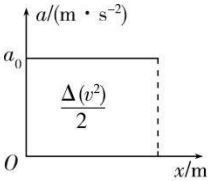
视野拓展

视野拓展

直线运动中的非常规图像问题

1.匀变速直线运动中的几种常见的非常规图像

图像类别	图示及解读
$a - t$ 图像	由 $v = v_0 + at$ 可知图像与时间轴所围面积表示速度变化量 Δv

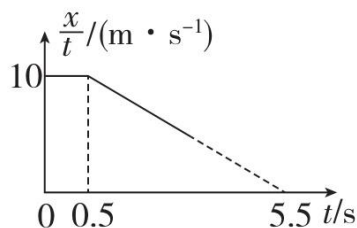
	
$\frac{x}{t} - t$ 图像	由 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 可得 $\frac{x}{t} = v_0 + \frac{1}{2} a t$, 图像的斜率为 $\frac{1}{2} a$, 纵截距为 v_0 
$v^2 - x$ 图像	由 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ 可知 $v^2 = v_0^2 + 2ax$, 图像斜率为 $2a$, 纵截距为 v_0^2 
$a - x$ 图像	由 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ 可知 $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2} \cdot \frac{1}{x}$, 图像与 x 轴所围面积表示速度二次方的变化量 $\Delta(v^2)$ 的一半 

2. 解题技巧

(1) 用函数思想分析图像：图像反映了两个变量（物理量）之间的函数关系，因此要由运动学公式推导出两个物理量间的函数关系，分析图像的意义。

(2) 要注意应用解析法和排除法，两者结合，提高图像类选择题的解题准确率和速度。

例 4 多选 司机驾驶汽车在平直公路上匀速行驶，突然遇到紧急情况刹车直到停止运动，从司机发现情况到停止运动这段时间内，汽车的 $\frac{x}{t} - t$ 图像如图所示。下列说法正确的是（ ）

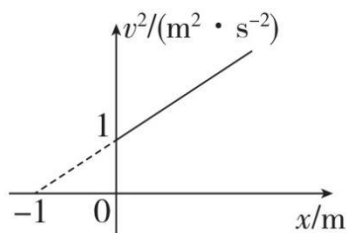


- A. 汽车刹车过程的初速度为 5.5m/s
- B. 汽车刹车过程的加速度大小为 2m/s^2
- C. 从司机发现情况开始到汽车停止所用时间为 3.0s
- D. 从开始刹车到停止，汽车的位移大小为 12.5m

【答案】CD

【解析】通过图像可知，第一阶段在司机反应时间 0.5s 内，汽车做匀速直线运动；第二阶段司机刹车，汽车做匀减速直线运动到停止。根据匀变速直线运动位移与时间关系式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ ，可得 $\frac{x}{t} = v_0 + \frac{1}{2} a t$ ，由此可知， $\frac{x}{t} - t$ 图像的斜率表示加速度的一半，则 $a = 2k = 2 \times \frac{0-10}{5} \text{m/s}^2 = -4\text{m/s}^2$ （负号表示方向），由图像可知，初速度为 $v_0 = 10\text{m/s}$ ，故 A、B 错误。反应时间为 $t_1 = 0.5\text{s}$ ，刹车到停止的时间为 $t_2 = \frac{0-v_0}{a} = \frac{-10}{-4} \text{s} = 2.5\text{s}$ ，则从司机发现情况开始到汽车停止所用时间为 $t_{\text{总}} = t_1 + t_2 = 0.5\text{s} + 2.5\text{s} = 3.0\text{s}$ ，故 C 正确。从开始刹车到停止，汽车的位移大小为 $x_2 = \frac{v_0}{2} t_2 = \frac{10}{2} \times 2.5\text{m} = 12.5\text{m}$ ，故 D 正确。

例 5 一质点在 $t = 0$ 时刻由坐标原点开始做加速直线运动，其速度的二次方与位移的变化关系如图所示，则下列说法正确的是（ ）



- A. 质点做变加速直线运动
- B. 质点的加速度大小为 1m/s^2
- C. 质点的初速度大小为 1m/s
- D. $t = 1\text{s}$ 时，质点的速度大小为 2m/s

【答案】C

【解析】因 $v^2 - x$ 图像是倾斜直线，根据 $v^2 = v_0^2 + 2ax$ ，可知加速度 a 恒定不变，即质点做匀加速直线运动，A项错误；由题图可知 $2a = 1\text{m/s}^2$ ， $v_0^2 = 1\text{m}^2/\text{s}^2$ ，解得 $a = 0.5\text{m/s}^2$ ， $v_0 = 1\text{m/s}$ ，B项错误，C项正确； $t = 1\text{s}$ 时，质点的速度大小为 $v = v_0 + at = 1\text{m/s} + 0.5 \times 1\text{m/s} = 1.5\text{m/s}$ ，D项错误。

题型二 追及、相遇问题

直线运动中的追及和相遇问题，实质是研究两物体能否在相同的时刻到达相同的空间位置的问题。

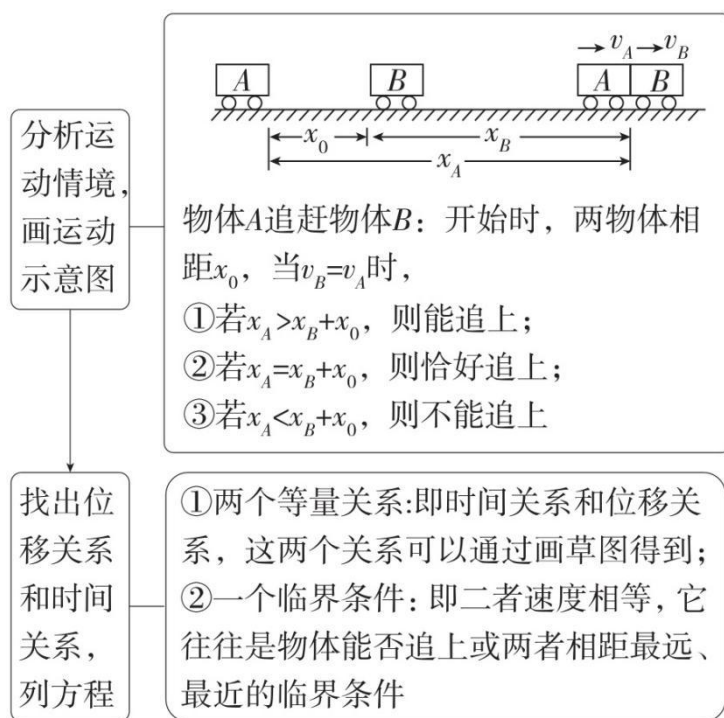
1. 分析追及、相遇问题的思路

注意抓住一个条件、用好两个关系。

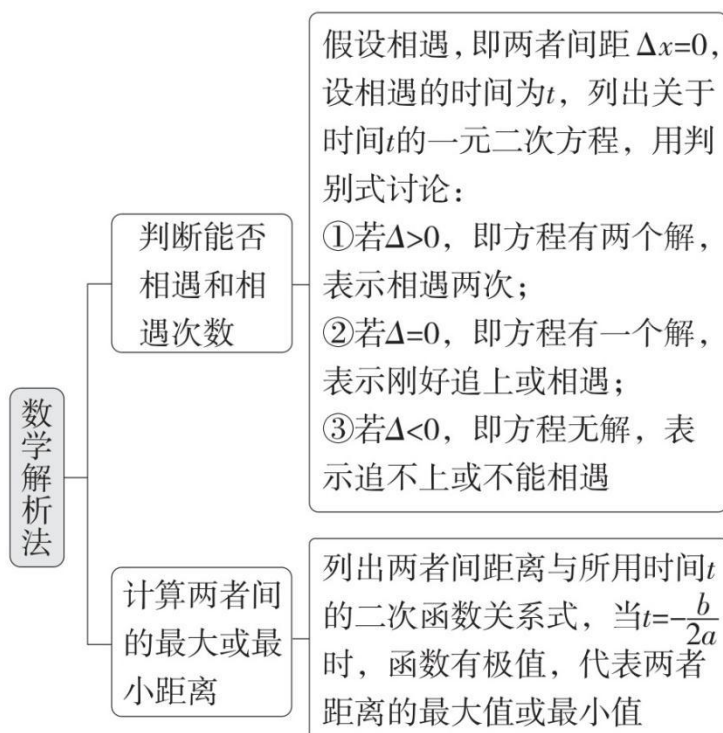
一个条件	速度相等	这是两物体是否追上（或相撞）、距离最大或距离最小的临界点，是解题的切入点
两个关系	时间关系、位移关系	画运动示意图找出两物体位移之间的关系是解题的突破口

2. 分析追及、相遇问题的方法

(1) 情境分析法



(2) 数学解析法



(3) 图像法

将两个物体运动的速度-时间关系或位移-时间关系画在同一图像中, 然后利用图像分析求解相关问题。若为 $x-t$ 图像, 两图线的交点表示相遇; 若为 $v-t$ 图像, 应抓住速度相等时的“面积”关系找两物体的位移关系。

例 6 一辆汽车在十字路口等候绿灯, 当绿灯亮时汽车以 $a = 3\text{m/s}^2$ 的加速度开始行驶, 恰在这一时刻一辆自行车以 $v_{\text{自}} = 6\text{m/s}$ 的速度匀速驶来, 从旁边超过汽车。

(1) 汽车从路口开动后, 在追上自行车之前经过多长时间两车相距最远? 此时距离是多少?

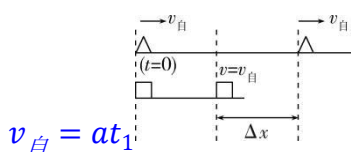
(2) 什么时候汽车能追上自行车? 此时汽车的速度是多少?

【答案】 (1) 2s 6m

(2) 4s 12m/s

【解析】

(1) 解法一 物理分析法 如图甲所示, 汽车与自行车的速度相等时相距最远, 设此时经过的时间为 t_1 , 汽车和自行车间的距离为 Δx , 则有

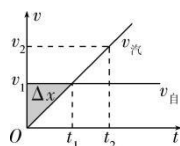


甲

$$\text{所以 } t_1 = \frac{v_{\text{自}}}{a} = 2\text{s}, \Delta x = v_{\text{自}}t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = 6\text{m}$$

解法二 数学分析法 设汽车在追上自行车之前经过的时间为 t_1 ，汽车和自行车相距为 Δx ，则 $\Delta x = v_{\text{自}}t_1 - \frac{1}{2}at_1^2$ 代入已知数据，由二次函数求极值的条件知 $t_1 = 2\text{s}$ 时， Δx 有最大值，为 6m 所以 $t_1 = 2\text{s}$ 时，汽车和自行车相距最远，此时距离为 $\Delta x = 6\text{m}$

解法三 图像分析法 自行车和汽车的 $v-t$ 图像如图乙所示。由图乙可以看出，在相遇前， t_1 时刻汽车和自行车速度相等，相距最远，此时的距离为阴影部分的三角形的面积，所以有



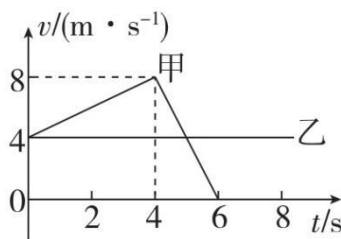
乙

$$t_1 = \frac{v_{\text{自}}}{a} = \frac{6}{3}\text{s} = 2\text{s}, \Delta x = \frac{v_{\text{自}}t_1}{2} = \frac{6 \times 2}{2}\text{m} = 6\text{m}$$

(2) 解法一 物理分析法 当汽车和自行车位移相等时，汽车追上自行车，设此时经过的时间为 t_2 ，则有 $v_{\text{自}}t_2 = \frac{1}{2}at_2^2$ 解得 $t_2 = \frac{2v_{\text{自}}}{a} = \frac{2 \times 6}{3}\text{s} = 4\text{s}$ 此时汽车的速度 $v_2 = at_2 = 12\text{m/s}$

解法二 图像分析法 由图乙画出的 $v-t$ 图像可以看出，在 t_1 时刻之后，由图线 $v_{\text{自}}$ 、 $v_{\text{汽}}$ 和 $t = t_2$ 构成的三角形的面积与阴影部分的三角形面积相等时，汽车与自行车的位移相等，即汽车与自行车相遇，所以 $t_2 = 2t_1 = 4\text{s}$ ， $v_2 = at_2 = 3 \times 4\text{m/s} = 12\text{m/s}$ 。

迁移应用 2. [2024 · 山东济宁模拟] 多选 甲、乙两车在平直公路上同向行驶，它们的 $v-t$ 图像如图所示。已知两车在 $t = 2\text{s}$ 时并排行驶，根据图像提供的信息可知 ()

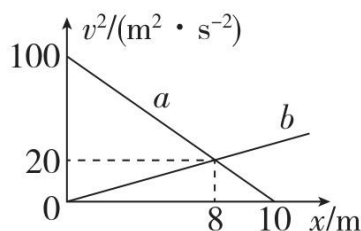


- A. 在 $t = 0$ 时, 甲车在乙车前 2m
- B. 两车另一次并排行驶的时刻是 $t = 7.5\text{s}$
- C. 甲车在 $0 \sim 4\text{s}$ 内与 $4 \sim 6\text{s}$ 内的加速度大小之比为 1:2
- D. 甲、乙两次并排行驶的位置之间沿公路方向的距离为 22m

【答案】BD

【解析】两车在 $t = 2\text{s}$ 时并排行驶, $v - t$ 图像中图线与横轴所围的面积表示位移, $0 \sim 2\text{s}$ 内甲车位移大于乙车位移, 则在 $t = 0$ 时, 甲车在乙车后方, 故 A 错误; $2 \sim 7.5\text{s}$ 内, 甲、乙图线与横轴所围的面积分别为 $s_{\text{甲}} = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8)\text{m} + \frac{1}{2} \times 8 \times 2\text{m} = 22\text{m}$, $s_{\text{乙}} = 4 \times (7.5 - 2)\text{m} = 22\text{m}$, 大小相等, 所以 $t = 7.5\text{s}$ 时两车再次相遇, 故 B 正确; 甲车在 $0 \sim 4\text{s}$ 内的加速度大小为 $a_1 = \frac{8-4}{4}\text{m/s}^2 = 1\text{m/s}^2$, 在 $4 \sim 6\text{s}$ 内的加速度大小为 $a_2 = \frac{8-0}{6-4}\text{m/s}^2 = 4\text{m/s}^2$, 加速度大小之比为 1:4, 故 C 错误; 甲、乙两次并排行驶的位置之间沿公路方向的距离为 $x = 4 \times (7.5 - 2)\text{m} = 22\text{m}$, 故 D 正确。

迁移应用 3. [2024 · 山东日照期末] 多选 a 、 b 两个物体同时从同一地点出发做单向直线运动, 它们的 $v^2 - x$ 图像如图所示。关于两物体的运动, 下列说法正确的是 ()



- A. a 、 b 两物体的加速度大小之比为 4:1
- B. 两物体相遇时与出发点的距离为 8m
- C. b 一定能追上 a , 在追上 a 之前, a 、 b 间最大距离为 8m
- D. 从出发时开始计时, 4s 时 b 追上 a

【答案】ACD

【解析】由推导公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$, 可得 $v^2 = 2ax + v_0^2$, 故 a 的加速度大小为 5m/s^2 、方向与运动方向相反, b 的加速度大小为 1.25m/s^2 、方向与运动方向相同,

所以 a 、 b 两物体的加速度大小之比为 4:1，故 A 正确；因两物体做的是单向直线运动，在 a 停下前两物体未相遇，所以相遇时与出发点的距离应为 a 停下时移动的距离，即 10m，故 B 错误；当两物体的速度相等时，两者间距离最大，则 $10 - 5t = 1.25t$ ，解得 $t = 1.6\text{s}$ ，因为 a 在 2s 时停下， b 继续做匀加速直线运动，所以 b 一定能追上 a ，在追上 a 之前， a 、 b 间最大距离为 $\Delta x_m = v_a t - \frac{1}{2} a_a t^2 - \frac{1}{2} a_b t^2 = 10 \times 1.6\text{m} - \frac{1}{2} \times 5 \times 1.6^2\text{m} - \frac{1}{2} \times 1.25 \times 1.6^2\text{m} = 8\text{m}$ ，故 C 正确；因两者做单向直线运动，所以 a 运动 2s 后停止，运动的距离为 $x = 10\text{m}$ ，从出发时开始计时， b 追上 a 需要的时间满足 $x = \frac{1}{2} a_b t_1^2$ ，解得 $t_1 = 4\text{s}$ ，故 D 正确。