

热点训练 5 万有引力与宇宙航行

1. C 地球绕太阳做匀速圆周运动, 万有引力提供向心力有

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}, \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

哈雷彗星在近日点的曲率半径小于地球半径, 因此哈雷彗星在近日点的速度大于地球绕太阳的公转速度, A 错误; 从 b 运行到 c 的过程中万有引力与速度方向夹角一直为钝角, 哈雷彗星速度一直减小, 因此动能一直减小, B 错误; 根据开普勒第二定律可知哈雷彗星绕太阳经过相同的时间扫过的面积相同, 根据 $S_1 > S_2$ 可知从 a 运行到 b 的时间大于从 c 运行到 d 的时间, C 正确;

万有引力提供加速度有 $G\frac{Mm}{r^2} = ma$, $a = \frac{GM}{r^2}$, 则哈雷彗星的加速度

a_1 与地球的加速度 a_2 比值为 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{1}{0.36}$, D 错误. 故选 C.

2. A 轨道器环绕火星做匀速圆周运动时, 由万有引力提供向

心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$, 解得 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, 由题中条件可知火星的质量

M 可推算出, A 正确; 火星的半径未知, 由球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

可知火星的体积无法推算出, B 错误; 对于在火星表面附近绕火星做

匀速圆周运动的行星, 由万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm'}{R^2} = m'\frac{v^2}{R}$, 解得

火星的第一宇宙速度为 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, 则火星的逃逸速度(第二宇宙速

度) $v_{\text{逃}} = \sqrt{2}v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, 由于火星的半径未知, 所以火星的逃逸速度

无法推算出, C 错误; 自转周期与已知量无关, 所以无法推算出自转周期, D 错误.

3. C 卫星 a 在赤道上, 万有引力远大于卫星随地球自转所需

向心力, 即重力远大于向心力, 所以卫星 a 的向心加速度 a_n 远小于重力加速度 g , A 错误; 对于 b 、 c 、 d 三颗卫星, 根据万有引力提供

向心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 卫星的轨道半径越大, 线速度

越小, 所以卫星 b 的线速度比卫星 c 的线速度大, 卫星 c 的线速度比卫星 d 的线速度大, C 正确; c 是地球同步卫星, 所以 a 、 c 两颗卫星的角速度相等, 根据 $v = \omega r$ 可知, 卫星 c 的线速度比卫星 a 的线速度大, 四颗卫星中卫星 b 的线速度最大, 根据弧长与线速度的关系有 $s = vt$, 所以在相同的时间内卫星 b 转过的弧长最长, B 错误;

根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$, 卫星的轨道半径越大, 角速度越小, 所以卫星 d 的角速度比卫星 c 的角速度小, D 错误.

4. D 该“类地球”行星的同步卫星的运行速率为 $v = \frac{2\pi r}{T_0}$, 同步卫星的轨道半径大于星球的半径, 选项 A 错误; 根据万有引力提供卫星运动的向心力, 则有 $\frac{GMm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T_0^2}r$, 又 $M = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3$, 解

得 $r = \sqrt[3]{\frac{\rho G T_0^2}{3\pi} R}$, 选项 B 错误; 设该“类地球”行星表面重力加速度在赤道的大小为 g , 根据 $\frac{GMm}{R^2} - mg = m\frac{4\pi^2}{T_0^2}R$, 解得 $g = \frac{4}{3}\pi G\rho R -$

$\frac{4\pi^2 R}{T_0^2}$, 选项 C 错误; 根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$, 且 $M = \frac{4\rho\pi R^3}{3}$, 解得该“类地球”行星的卫星在行星表面附近做匀速圆周

运动的速率为 $v = 2\pi R \sqrt{\frac{\rho G}{3\pi}}$, 故 D 正确.

运动的速率为 $v = 2\pi R \sqrt{\frac{\rho G}{3\pi}}$, 故 D 正确.

5. B 飞行器在轨道半径 $r = 2R_0$ 处的总机械能包括动能和势能. 引力势能为 $E_p = \frac{1}{2}mg_0R_0$, 根据万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{(2R_0)^2} =$

$m \frac{v^2}{(2R_0)}$, 在地球表面有 $\frac{GMm}{R_0^2} = mg_0$, 解得轨道速度 $v^2 = \frac{g_0 R_0}{2}$, 对应动

能 $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{4} m g_0 R_0$, 总机械能 $E_{\text{总}} = \frac{3}{4} m g_0 R_0$, 根据机械能守恒,

初始动能 $\frac{1}{2} m v_0^2 = E_{\text{总}}$, 解得 $v_0 = \sqrt{\frac{3g_0 R_0}{2}}$. 故选 B.

6. C 嫦娥六号探测器没有脱离地球引力, 所以嫦娥六号探测器发射的速度应大于地球的第一宇宙速度小于第二宇宙速度, 故 A 错误; 在地球表面上有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 嫦娥六号探测器在环月轨道做匀

速圆周运动, 有 $G \frac{pMm}{(qR+h)^2} = m(qR+h) \left[\frac{2\pi}{T} \right]^2$, 联立解得 $h = \sqrt[3]{\frac{pgR^2 T^2}{4\pi^2}}$

$-qR$, 故 B 错误; 设月球的第一宇宙速度大小为 v , 则有 $G \frac{pMm_1}{(qR)^2} =$

$m_1 \frac{v^2}{qR}$, 联立解得 $v = \sqrt{\frac{pgR}{q}}$, 故 C 正确; 在月球表面上有 $G \frac{pMm_1}{(qR)^2} =$

$m_1 g_{\text{月}}$, 联立解得 $g_{\text{月}} = \frac{pg}{q^2}$, 故 D 错误.

7. A 设卫星转动的周期为 T' , 根据题意可得 $\frac{2\pi}{T'} \cdot \frac{T}{2} - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2} = 2\pi$,

可得 $T' = \frac{T}{3}$, 根据万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T'^2} r$, 可得 $r =$

$\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$, 代入 $T' = \frac{T}{3}$, 可得 $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{36\pi^2}}$, 故选 A.

8. BC 设卫星运动的轨道半径为 r , 根据万有引力提供卫星做

圆周运动的向心力可知 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$, 解得 $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$, A 错误;

根据几何关系可知 $R = r \sin \frac{\theta}{2}$, 地球的密度 $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi}{GT^2 \sin^3 \frac{\theta}{2}}$, B 正

确; 赤道上随地球自转的物体的向心加速度 $a = \frac{4\pi^2 R}{T_0^2} =$

$$\frac{4\pi^2 \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2} \cdot \sin \frac{\theta}{2}}}{T_0^2} = \sqrt[3]{\frac{16\pi^4 GMT^2 \sin^3 \frac{\theta}{2}}{T_0^6}}, \text{ C 正确; 在赤道上地球表}$$

面有 $G\frac{Mm}{R^2} = mg$, 解得 $g = \frac{GM}{R^2} = \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} \sqrt[3]{\frac{16\pi^4 GM}{T^4}}$, D 错误.

9. BC 根据开普勒第三定律可知, 卫星甲在环月椭圆轨道上运行的半长轴等于卫星乙在环月圆轨道上运行的半径, 则有 $2r = a + b + 2R$, 解得 $r = \frac{a+b}{2} + R$, A 错误, B 正确; 对卫星乙, 根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$, 解得 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, C 正确, D 错误.

10. CD 由题知每隔 T 时间, 两颗恒星与 O 、 P 共线, 则该双星系统的运动周期为 $2T$, 故 B 错误; 根据万有引力提供向心力有 $G\frac{m_A m_B}{r^2} = m_A \frac{4\pi^2}{(2T)^2} r_A = m_B \frac{4\pi^2}{(2T)^2} r_B$, 解得 $m_A r_A = m_B r_B$, $\frac{G(m_A + m_B)}{r^2} = \frac{4\pi^2}{(2T)^2} (r_A + r_B)$, 因此质量大的恒星半径较小, 可知, A 的质量为 $3m$,

又有 $r_A + r_B = r$, 解得 $r = \sqrt[3]{\frac{4GmT^2}{\pi^2}}$, 故 A 项错误, C 项正确; 单位时间内恒星与 O 点连线扫过的面积 $S = \frac{\pi R^2}{2T}$, 则相等时间内, A、B

两颗恒星与 O 点连线扫过的面积之比为 $\frac{S_A}{S_B} = \frac{r_A^2}{r_B^2} = \frac{m_B^2}{m_A^2} = \frac{1}{9}$, 故 D 项正确,

故选 CD.