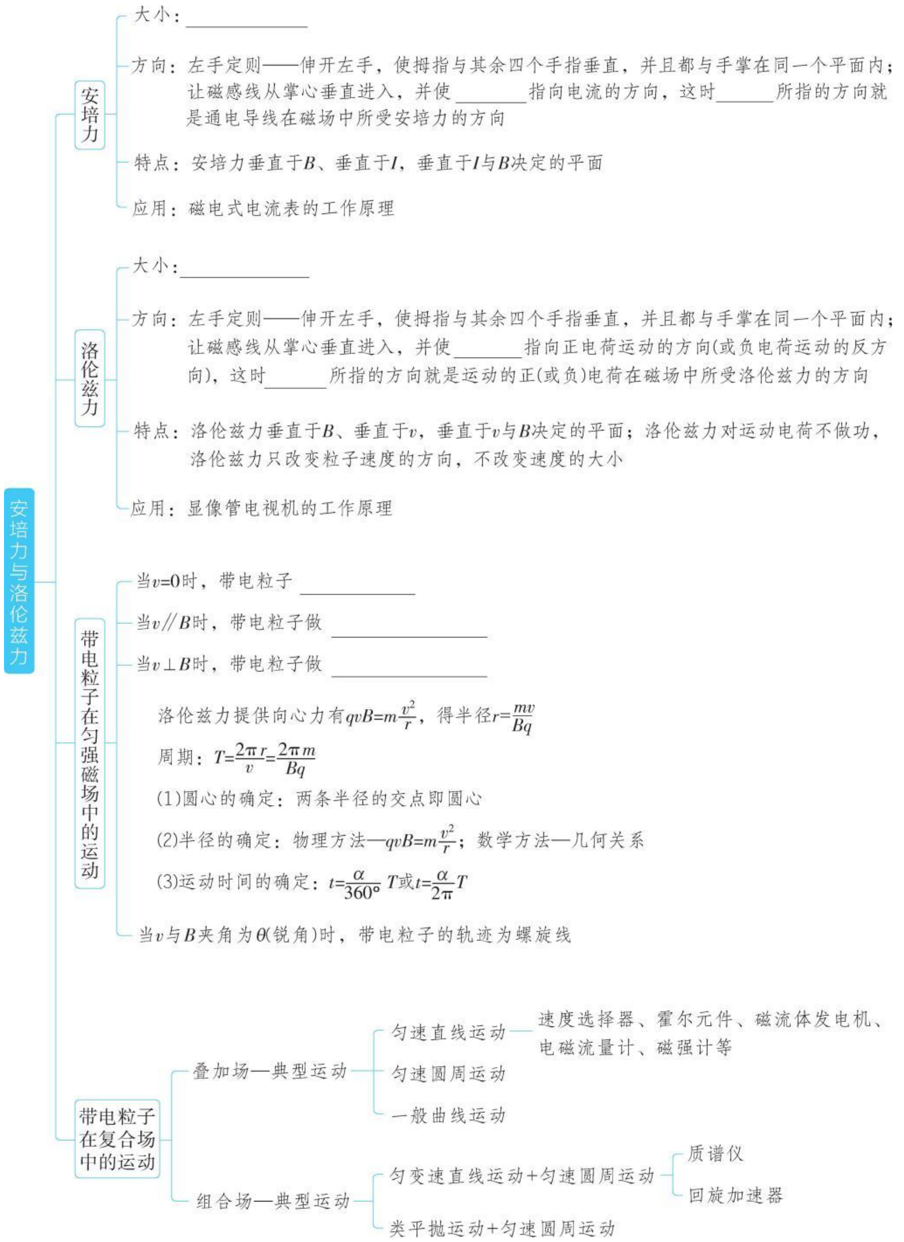
章末总结

体系构建



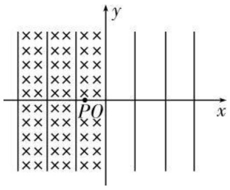
【答案】$F=BIl\sin\theta$； 四指； 拇指； $F=qvB\sin\theta$； 四指； 拇指； 静止； 匀速直线运动； 匀速圆周运动

题型整合

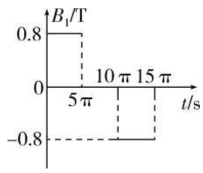
题型一 带电粒子在交变电磁场中的运动

例 1 如图甲所示，在xOy平面内有范围足够大的匀强电场E，在y轴左侧平面内有范围足够大的磁场，磁感应强度B_1随时间t变化的规律如图乙所示，规定磁场垂直纸面向里为正方向。在y轴右侧平面内还有方向垂直纸面向外的恒定的匀强

磁场，分布在一个半径为$r=0.3\mathrm{m}$的圆形区域（图中未画出）且圆的左侧与y轴相切，磁感应强度$B_2=0.8\mathrm{T}$。$t=0$时刻，一质量$m=8\times10^{-4}\mathrm{kg}$、电荷量$q=+2\times10^{-4}\mathrm{C}$的微粒从$x$轴上$x_P=-0.8\mathrm{m}$处的$P$点以速度$v=0.12\mathrm{m/s}$沿$x$轴正方向入射。已知该带电微粒在电磁场区域做匀速圆周运动。(g取$10\mathrm{m/s^2}$)



甲



乙

（1） 求电场强度；

（2） 若y轴左侧磁场15πs后消失，求微粒在第二象限运动过程中离x轴的最大距离；

（3） 若微粒穿过y轴右侧圆形磁场时速度方向的偏转角最大，求此圆形磁场区域的圆心坐标(x,y)。

【答案】（1） 40N/C，方向竖直向上

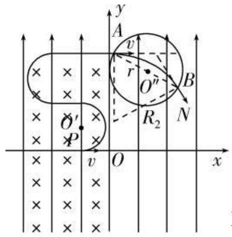
（2） 2.4m

（3） $(0.30\mathrm{m},2.25\mathrm{m})$

【解析】

（1）带正电微粒射入电磁场后做匀速圆周运动，受到的电场力和重力大小相等，则$qE=mg$，解得$E=40\mathrm{N/C}$，方向竖直向上。

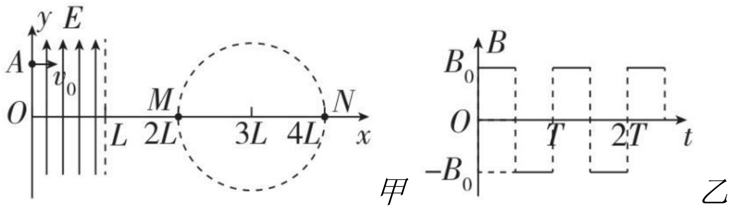
（2） 微粒做匀速圆周运动时有$qvB_1=m\frac{v^2}{R_1}$所以$R_1=\frac{mv}{qB_1}=0.6\mathrm{m}$，$T=\frac{2\pi m}{qB_1}=10\pi\mathrm{s}$从图乙可知在0～5πs内微粒做匀速圆周运动，在5π～10πs内微粒向左做匀速直线运动，在10π～15πs内微粒又做匀速圆周运动，在15πs后微粒向右做匀速直线运动，之后穿过y轴。微粒在第二象限运动的过程中离x轴的最大距离$s=2R_1\times2=4R_1=2.4\mathrm{m}$。

（3） 如图，微粒穿过圆形磁场区域要求偏转角最大，入射点A与出射点B的连线必须为圆形磁场区域的直径。

有$qvB_2=m\frac{v^2}{R_2}$所以$R_2=\frac{mv}{qB_2}=0.6\mathrm{m}=2r$微粒穿过圆形磁场区域时速度的最大偏转角为60°圆形磁场区域的左侧与y轴相切，故圆形磁场区域的圆心O''的横坐标$x=0.30\mathrm{m}$ 其纵坐标$y=s-r\cos 60°=2.4\mathrm{m}-0.3\times\frac{1}{2}\mathrm{m}=2.25\mathrm{m}$ 即圆形磁场区域的圆心坐标为$(0.30\mathrm{m},2.25\mathrm{m})$。

迁移应用

1．如图甲所示，在直角坐标系xOy的 $0\le x\le L$区域内有沿y轴正方向的匀强电场，右侧有一个以点$(3L,0)$为圆心、半径为L的圆形区域，圆形区域与x轴的交点分别为M、N。现有一质量为m、带电荷量为e的电子，从y轴上的A点以速度v_0沿x轴正方向射入电场，飞出电场后从M点进入圆形区域，速度方向与x轴夹角为30° 。此时在圆形区域有如图乙所示周期性变化的磁场，以垂直于纸面向外为磁场正方向，最后电子运动一段时间后从N点飞出，速度方向与进入磁场时的速度方向相同（与x轴夹角为30°）。



（1） 求电子进入圆形磁场区域时的速度大小；

（2） 求 $0\le x\le L$区域内匀强电场场强E的大小；

（3） 写出圆形磁场区域磁感应强度B_0的大小、磁场变化周期T各应满足的表达式。

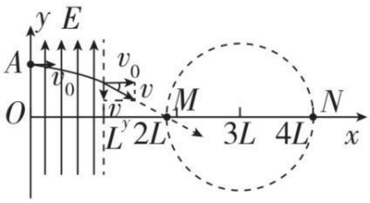
【答案】（1） $\frac{2\sqrt{3}}{3}v_0$

（2） $\frac{\sqrt{3}mv_0^2}{3eL}$

（3） $B_0=\frac{2\sqrt{3}nmv_0}{3eL}(n=1,2,3,\cdots)$；$T=\frac{\sqrt{3}\pi L}{3nv_0}(n=1,2,3,\cdots)$

【解析】

（1） 电子在电场中做类平抛运动，射出电场时，如图所示：

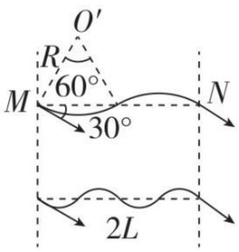


由速度关系$\frac{v_0}{v}=\cos 30°$解得$v=\frac{2\sqrt{3}}{3}v_0$

（2） 由速度关系得$v_y=v_0\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}v_0$在竖直方向有$a=\frac{eE}{m}$,$v_y=at=\frac{eE}{m}\cdot\frac{L}{v_0}$,

解得$E=\frac{\sqrt{3}mv_0^2}{3eL}$

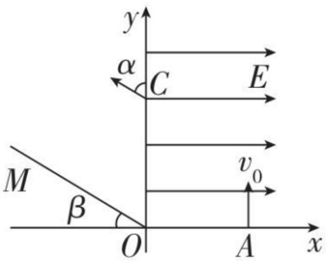
（3） 在磁场变化的半个周期内电子的偏转角为$60°$ ，根据几何知识，在磁场变化的半个周期内，电子在x轴方向上的位移恰好等于R，如图所示。



电子到达N点而且速度符合要求的空间条件是 $2nR=2L(n=1,2,3,\cdots)$电子在磁场内做圆周运动的轨道半径$R=\frac{mv}{eB_0}=\frac{2\sqrt{3}mv_0}{3eB_0}$，解得$B_0=\frac{2\sqrt{3}nmv_0}{3eL}(n=1,2,3,\cdots)$若电子在磁场变化的半个周期恰好转过$\frac{1}{6}$圆周，同时在$MN$间运动时间是磁场变化周期的整数倍时，可使电子到达$N$点并且速度满足题设要求。故应满足的时间条件为 $2n\cdot\frac{1}{6}T_0=nT$，$T_0=\frac{2\pi m}{eB_0}$, 解得$T=\frac{\sqrt{3}\pi L}{3nv_0}(n=1,2,3,\cdots)$

题型二 磁场最小面积问题

例 2 如图所示，在平面直角坐标系xOy中的第一象限内存在沿x轴正方向的匀强电场，第二象限内存在磁感应强度大小为B、方向垂直于坐标平面向外的有界矩形匀强磁场区域（图中未画出）。一粒子源固定在x轴上坐标为$(L,0)$的A点，粒子源沿y轴正方向释放出速度大小为v_0的电子，电子通过y轴上的C点时速度方向与y轴正方向成$\alpha=60°$ 角，电子经过磁场偏转后恰好垂直通过第二象限内与x轴负方向成$\beta=30°$ 角的射线OM。已知电子的质量为m、电荷量为e，不考虑电子的重力和电子之间的相互作用。求：



（1） 匀强电场的电场强度E的大小；

（2） 电子在电场和磁场中运动的总时间t；

（3） 矩形磁场区域的最小面积$S_{\min}$。

【答案】（1） $\frac{3mv_0^2}{2eL}$

（2） $\frac{2\sqrt{3}L}{3v_0}+\frac{\pi m}{2eB}$

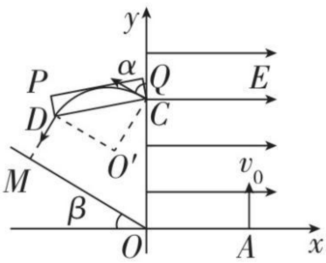
（3） $4(\sqrt{2}-1)(\frac{mv_0}{eB})^2$

【解析】

（1） 电子从A到C的过程中，由动能定理得$eEL=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$，又有$v\cos\alpha=v_0$，联立解得$E=\frac{3mv_0^2}{2eL}$

（2） 电子在电场中做类平抛运动，沿电场方向有$L=\frac{v\sin\alpha}{2}t_1$解得$t_1=\frac{2L}{v\sin\alpha}=\frac{2\sqrt{3}L}{3v_0}$电子在磁场中的速度偏向角等于轨迹对应的圆心角$\theta=\pi-\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$电子在磁场中的运动时间$t_2=\frac{\theta}{2\pi}T$，其中$T=\frac{2\pi m}{eB}$，解得$t_2=\frac{\pi m}{2eB}$电子在电场和磁场中运动的总时间$t=t_1+t_2=\frac{2\sqrt{3}L}{3v_0}+\frac{\pi m}{2eB}$

（3） 电子在磁场中做匀速圆周运动，洛伦兹力提供向心力，则有$evB=m\frac{v^2}{r}$

最小矩形区域如图所示

由数学知识得$CD=\sqrt{2}r$，$CQ=r-r\cos\frac{\theta}{2}=r-\frac{\sqrt{2}r}{2}$矩形区域的最小面积$S_{\min}=CD\cdot CQ$联立解得$S_{\min}=4(\sqrt{2}-1)(\frac{mv_0}{eB})^2$

迁移应用

2．在医院做胸透所用的是X光，我们可以把做胸透的原理等效如下：如图所示，P是一个放射源，从开口处在纸面内向各个方向放出某种粒子（不计重力），而这些粒子最终必须全部垂直射到底片MN这一有效区域，并要求底片MN上每一个地方都有粒子到达。若放射源所放出的是质量为m、电荷量为q的带正电粒子，且所有的粒子速率都是v，M与放射源的出口在同一水平面，底片MN竖直放置，底片MN长为L。为了实现上述目的，我们必须在P的出口处放置一有界匀强磁场。求：

（1） 匀强磁场的方向；

（2） 画出所需最小有界匀强磁场的区域，并用阴影表示；

（3） 匀强磁场的磁感应强度B的大小以及最小有界匀强磁场的面积S。

【答案】（1） 垂直纸面向外

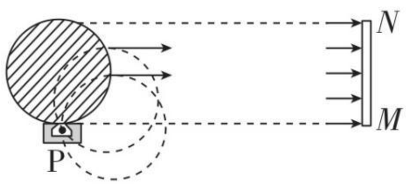
（2） 见解析图

（3） $\frac{2mv}{qL}$；$\frac{1}{4}\pi L^2$

【解析】

（1） 要使所有粒子最终全部垂直射到底片MN这一有效区域，所有粒子经过磁场时受到洛伦兹力而向右偏转，根据左手定则判断得知，匀强磁场的方向为垂直纸面向外。

（2）



（3） 要使所有粒子最终全部垂直射到底片MN这一有效区域，则所有的粒子经磁场后要水平向右运动，最小有界匀强磁场为圆形，带电粒子在磁场中做匀速圆周运动的轨道半径R必须与最小有界匀强磁场的半径大小一致。

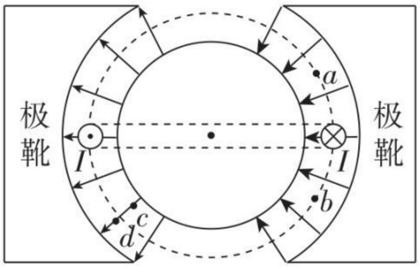
根据以上分析可知$R=\frac{1}{2}L$

粒子在磁场中做匀速圆周运动，洛伦兹力提供向心力，由牛顿第二定律得$qvB = m\frac{v^2}{R}$，解得$B = \frac{2mv}{qL}$

最小有界匀强磁场的面积$S = \pi R^2 = \frac{1}{4}\pi L^2$。

高考链接

1．[2024 浙江 1 月选考，4，3 分]磁电式电表原理示意图如图所示，两磁极装有极靴，极靴中间还有一个用软铁制成的圆柱。极靴与圆柱间的磁场都沿半径方向，两者之间有可转动的线圈。a、b、c和d为磁场中的四个点。下列说法正确的是（　）



A. 图示左侧通电导线受到安培力向下　　B. a、b两点的磁感应强度相同

C. 圆柱内的磁感应强度处处为零　　D. c、d两点的磁感应强度大小相等

【答案】A

【解析】由左手定则可知，图示左侧通电导线受到安培力向下，选项 A 正确；a、b两点的磁感应强度大小相等，但是方向不同，选项 B 错误；磁感线是闭合的曲线，则圆柱内的磁感应强度不为零，选项 C 错误；因c点处的磁感线较d点密集，可知c点的磁感应强度大于d点的磁感应强度，选项 D 错误。

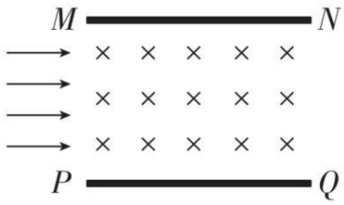
2．[2023 广东，5，4 分]某小型医用回旋加速器，最大回旋半径为 0.5m，磁感应强度大小为 1.12T，质子加速后获得的最大动能为1.5×10^7eV。根据给出的数据，可计算质子经该回旋加速器加速后的最大速率约为（忽略相对论效应，$1\text{eV} = 1.6\times10^{-19}\text{J}$）（　）

A. $3.6\times10^6\text{m/s}$　　B. $1.2\times10^7\text{m/s}$　　C. $5.4\times10^7\text{m/s}$　　D. $2.4\times10^8\text{m/s}$

【答案】C

【解析】根据洛伦兹力提供向心力有$qvB = m\frac{v^2}{R}$，质子加速后获得的最大动能为$E_\text{k} = \frac{1}{2}mv^2$，解得最大速率$v \approx 5.4\times10^7\text{m/s}$，故选 C。

3．[2024 湖北，9，4 分]多选题 磁流体发电机的原理如图所示，MN和PQ是两平行金属极板，匀强磁场垂直于纸面向里。等离子体（即高温下电离的气体，含有大量正、负带电粒子）从左侧以某一速度平行于极板喷入磁场，极板间便产生电压。下列说法正确的是（　）



A. 极板MN是发电机的正极

B. 仅增大两极板间的距离，极板间的电压减小

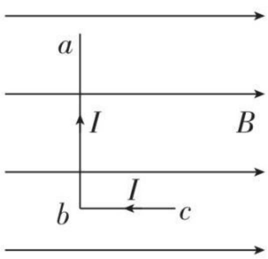
C. 仅增大等离子体的喷入速率，极板间的电压增大

D. 仅增大喷入等离子体的正、负带电粒子数密度，极板间的电压增大

【答案】AC

【解析】带正电的离子受到洛伦兹力向上偏转，极板MN带正电，为发电机正极，A 正确；离子受到的洛伦兹力和电场力相互平衡时，设极板间距为d，则可得$U = Bdv$，因此增大极板间距，U变大，增大粒子射入速率，U变大，U大小和粒子数密度无关，B、D 错误，C 正确。

4．[2023 江苏，2，4 分]如图所示，匀强磁场的磁感应强度为B。L 形导线通以恒定电流I，放置在磁场中。已知ab边长为 $2l$，与磁场方向垂直，bc边长为l，与磁场方向平行。该导线受到的安培力为（　）



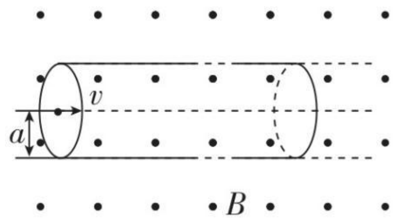
A. 0　　B. BIl　　C. $2BIl$　　D. $\sqrt{5}BIl$

【答案】C

【解析】bc段与磁场方向平行，不受安培力；ab段与磁场方向垂直，受安培力为$F_{ab} = BI \cdot 2l = 2BIl$；则该导线受到的安培力为 $2BIl$，故选 C。

5．[2023 北京，13，3 分]如图所示，在磁感应强度大小为B、方向垂直纸面向外的匀强磁场中，固定一内部真空且内壁光滑的圆柱形薄壁绝缘管道，其轴线与

磁场垂直。管道横截面半径为a，长度为$l(l \gg a)$。带电粒子束持续以某一速度v沿轴线进入管道，粒子在磁场力作用下经过一段圆弧垂直打到管壁上，与管壁发生弹性碰撞，多次碰撞后从另一端射出。单位时间进入管道的粒子数为n，粒子电荷量为$+q$，不计粒子的重力、粒子间的相互作用，下列说法不正确的是（　）



A. 粒子在磁场中运动的圆弧半径为a

B. 粒子质量为$\frac{Bqa}{v}$

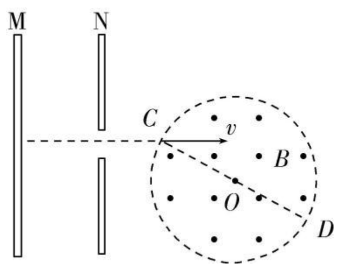
C. 管道内的等效电流为$nq\pi a^2 v$

D. 粒子束对管道的平均作用力大小为$Bnql$

【答案】C

【解析】带正电的粒子沿轴线射入，然后垂直打到管壁上，可知粒子运动的圆弧半径为$r = a$，故 A 正确，不符合题意；根据$qvB = m\frac{v^2}{r}$可得粒子的质量$m = \frac{Bqa}{v}$，故 B 正确，不符合题意；管道内的等效电流为$I = \frac{Q}{t} = \frac{nqt}{t} = nq$，故 C 错误，符合题意；粒子束碰撞一次对管道的作用力F满足$F\Delta t = 2nm\Delta t \cdot v$，$F = 2Bnqa$，碰撞的次数$k = \frac{l}{2a}$，粒子束对管道的平均作用力大小$F' = kF$，联立解得$F' = nBql$，故 D 正确，不符合题意。

6．[2022 天津，11，16 分]如图所示，M 和 N 为平行金属板，质量为m，电荷量为q的带电粒子从 M 由静止开始被两板间的电场加速后，从 N 上的小孔穿出，以速度v由C点射入圆形匀强磁场区域，经D点穿出磁场，CD为圆形区域的直径。已知磁场的磁感应强度大小为B、方向垂直于纸面向外，粒子速度方向与磁场方向垂直，重力忽略不计。



（1） 判断粒子的电性，并求 M、N 间的电压U；

（2） 求粒子在磁场中做圆周运动的轨道半径r；

（3） 若粒子的轨道半径与磁场区域的直径相等，求粒子在磁场中运动的时间t。

【答案】（1） 正电；$\frac{mv^2}{2q}$

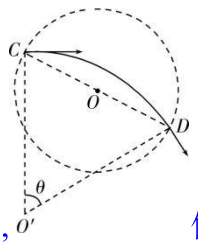
（2） $\frac{mv}{qB}$

（3） $\frac{\pi m}{3qB}$

【解析】

（1） 带电粒子在磁场中运动，根据左手定则可知粒子带正电。粒子在电场中运动，由动能定理可知$qU=\frac{1}{2}mv^2$,解得$U=\frac{mv^2}{2q}$。

（2） 粒子在磁场中做匀速圆周运动，所受洛伦兹力提供向心力，有$qvB=m\frac{v^2}{r}$,解得$r=\frac{mv}{qB}$。



（3） 设粒子运动轨道圆弧对应的圆心角为θ ，如图, 依题意粒子的轨道半径与磁场区域的直径相等，由几何关系得$\theta=\frac{\pi}{3}$，设粒子在磁场中做匀速圆周运动的周期为T，有$T=\frac{2\pi r}{v}$,带电粒子在磁场中运动的时间$t=\frac{\theta}{2\pi}T$,联立各式解得$t=\frac{\pi m}{3qB}$。